INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA
Universidade de Lisboa
Departamento de Ciências e Engenharia de Biossistemas

MECÂNICA DE FLUIDOS

Cap 5

Escoamento em condutas sob pressão
Parte B-Perdas de carga contínuas

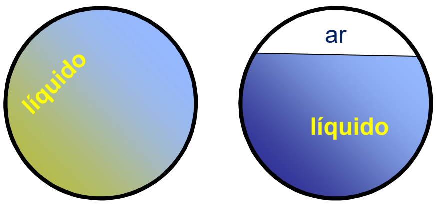
Regime laminar
Regime turbulento

Bibliografia:
- Quintela, A. 2000. *Hidráulica*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa;
- Lencastre, A. 2000. *Hidráulica Geral*.1996. Edição do autor. Lisboa;
- Bastos, F. 1983. *Problemas de mecânica de fluidos*. Gaunabara, Rio de Janeiro;
- Oliveira, L.; Lopes, A. 2007. *Mecânica dos fluidos*. ETEP, Lisboa, 2º edição

❑ Âmbito de aplicação: Escoamento sob pressão, em condutas ou em carga

O escoamento faz-se no interior de um invólucro sólido, ocupando-o inteiramente

Secções transversais de tubos



Escoamento sob pressão | **Escoamento em superfície livre**

❑ Leis de resistência dos escoamentos uniformes e permanentes

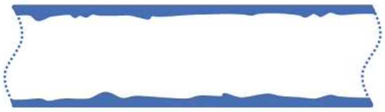
(trajectórias rectilíneas e paralelas)

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial L} = 0 \text{ e } \frac{\partial v}{\partial t} = 0}$$

Pressupostos:

Em tubos circulares com escoamento sob pressão a influência da rugosidade do tubo sobre o escoamento *distribui-se uniformemente por todo o perímetro da secção transversal*.

- A perda de carga contínua (J) entre duas secções é proporcional à distância entre elas;
- A perda de carga unitária (j) é constante;
- A linha de energia é uma recta com declive descendente.



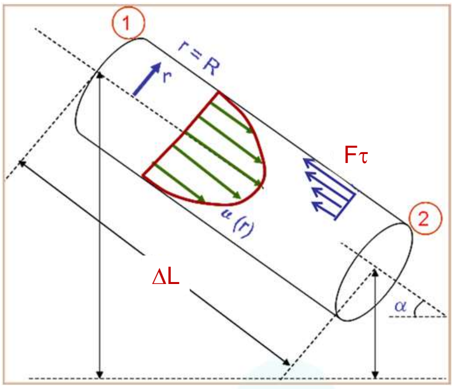
UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
Mª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

Escoamento em condutas-Perdas de carga contínuas

1. Equação geral

Equação de Darcy-Weisbach - Equação geral das perdas de carga, válida para escoamentos em condutas com qualquer tipo de secção transversal e para escoamento laminar e turbulento.

Volume de controlo para escoamento uniforme (e permanente) em tubo inclinado



O termo da perda de carga entre duas secções ΔH é composto por 2 termos: a perda de carga contínua devida à rugosidade, J, e o somatório das perdas de carga singulares ou localizadas Σh_s, devido ao efeito do acidentes locais. A perda de carga calculada pela eq. D-W, diz apenas respeito ao perda devida à rugosidade (fricção) :

$$J = f \frac{L}{d} \frac{u^2}{2g}$$

J - perda de carga contínua (m)
f – factor de resistência (adim), função do $\mathcal{R}e$ e da ε/D
d - diâmetro da secção (m) e
u - velocidade média na secção (m s^{-1})
L – comprimento da conduta

Equação de Darcy-Weisbach, válida para escoamentos em condutas com qualquer tipo de secção transversal e para escoamento laminar e turbulento.

As perdas de carga unitária (j) obtêm-se dividindo J pelo comprimento da conduta, L

perda de carga unitária (j)

$$j\,(m\,m^{-1}) = \frac{J}{L} = f \frac{1}{d} \frac{u^2}{2g}$$

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
Mª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

Escoamento em condutas-Perdas de carga contínuas

f (factor de rugosidade de Darcy) depende de:

- nº de $\mathcal{R}$eynolds (regime de escoamento),
- rugosidade das paredes do tubo (ε – rugosidade absoluta equivalente);
- forma da secção transversal;

ε – rugosidade absoluta equivalente – efeito conjunto das asperezas de vários tipos e dimensões que se encontram nas paredes de um tubo comercial

ε é determinado com base em experimentação, para tubos de diversos materiais

---

Determinação de f → Diagrama de Moody

O valores de ε foram determinados experimentalmente para diversos materiais e encontram-se tabelados. Por exemplo:

Natureza da conduta	ε (mm)
Vidro	0.001
fibrocimento	0.015
Ferro galvanizado	0.15
Ferro fundido Novo	0.25
Ferro fundido enferrujado	1.5
Ferro fundido asfaltado	0.12
Betão rugoso	0.5
Betão liso	0.1

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

O Diagrama de Moody, que apresenta uma precisão de ±15% para cálculos de projecto.
Pode ser utilizado em condutas circulares e não circulares e para escoamentos em superfície livre e para todos os regimes de escoamento.

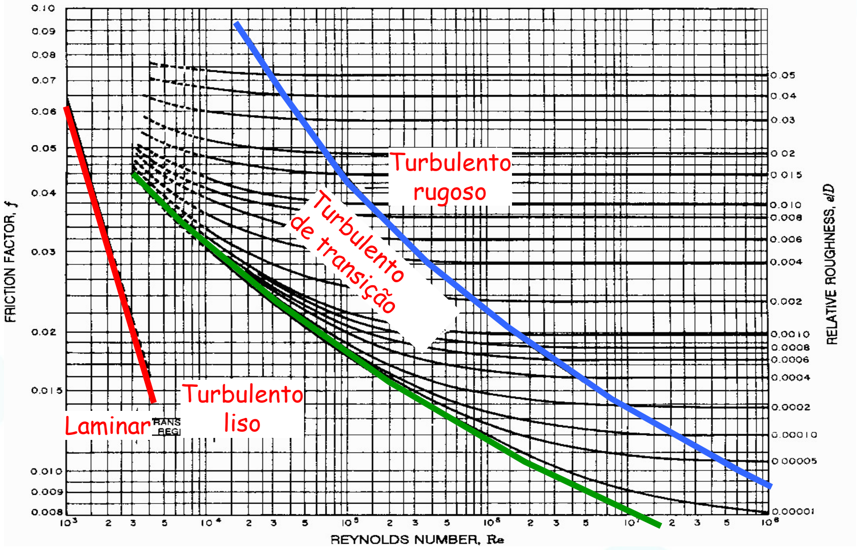
- Eixos com graduação logarítmica Ordenadas – f e ε/d
  Abcissas - Re
- Curvas f = f(Re) para valores constantes de rugosidade relativa (ε/d)

O diagrama de Moody representa
- escoamento laminar: f = 64/Re

e três tipos de escoamentos turbulentos:
- Turbulento liso: ε = 0
- Turbulento rugoso: f dependente de ε/d e independente de Re
- Turbulento rugoso de transição: f dependente de ε/d e Re

Re →, ε/d → **Diagrama de Moody** → f → Eq. Darcy - Weisbach

Diagrama de Moody



Erro menor que 15% para nº de Reynolds compreendidos entre 4000 e 10^7 e relações ε/d inferiores a 0,01.

54. Um tubo de ferro fundido horizontal com diâmetro de 152 mm, transporta água a uma velocidade de 1.83 m s^{-1}. Para um comprimento de 61 m, determine:

a) A perda de carga; (1.37 m)
b) A queda de pressão correspondente; (13 413 Pa)

55. Um óleo com ρ = 900 kg m^{-3} e viscosidade cinemática = 0.00001 m^2 s^{-1} escoa a 0.2 m^3 s^{-1} por um tubo de ferro fundido com 500 m de comprimento e 200 mm de diâmetro. Determine:

a) A perda de carga; (117 m)
a) A queda de pressão correspondente se o tubo apresentar um ângulo de declive de 10 º no sentido do escoamento; (265 000 Pa)

56. Numa conduta de latão com 2.5 cm de diâmetro e 50 m de comprimento, circula o caudal de 0.2 L s^{-1} de um óleo com viscosidade cinemática 5 x 10^{-5} m^2 s^{-1}. Determine o factor de resistência ao escoamento, a perda de carga unitária e a perda de carga contínua. (f = 0.312; j = 0.106 m/m; J = 5.36 m)

2. Equações específicas do regime laminar

$$\mathcal{R}_e = \frac{\rho\, u\, d}{\mu} = \frac{u\, d}{\upsilon} < 2000$$

❑ Equação de Hagen-Poiseuille

Permite calcular, o caudal, Q ($m^3\ s^{-1}$), de um fluido viscoso que escoa, em regime laminar, num tubo cilíndrico de raio R (m), sendo L (m) o comprimento do tubo.

$$Q = \frac{\pi}{8}\left(\frac{R^4}{\mu}\right)\left(\frac{p_1 - p_2}{L}\right)$$

p_1 e p_2 são as pressões em duas secções do tubo

Portanto, $\dfrac{(p_1 - p_2)}{L}$ Traduz o gradiente de pressão

↓

O escoamento ocorre sempre no sentido da diminuição de pressão.

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

❑ Equação de D-W para regime laminar

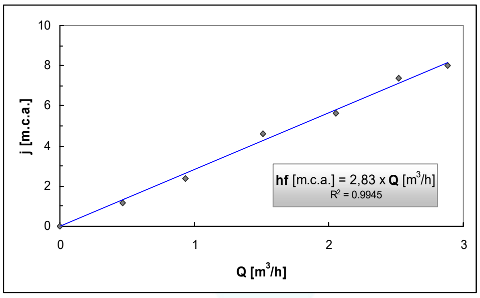
Substituindo $\Delta p = \dfrac{8\,\mu\, L\, Q}{\pi\, R^4}$ na equação geral das perdas de carga (D-W):

$$J = f\,\frac{L}{d}\,\frac{u^2}{2g}$$

Obtém-se: $\boxed{f = \dfrac{64}{\mathcal{R}e}}$ e $J_{laminar} = \dfrac{32\,\mu\, L\, u}{\rho\, g\, d^2}$

Verifica-se que, em regime laminar, f é independente da rugosidade do tubo (ε) e dependente de $\mathcal{R}e$

Verifica-se também que em regime laminar, a perda de carga continua (e a unitária) variam proporcionalmente à velocidade média da secção



 $\mathcal{R}_e = \frac{\rho\, u\, d}{\mu} = \frac{u\, d}{\upsilon} > 4000$

3. Equações específicas do regime turbulento

O regime turbulento em condutas pode ainda ser classificado em:

- Regime turbulento liso, se ocorrer em tubos lisos (com rugosidade baixa);
- Regime turbulento rugoso, se ocorrer em tubos rugosos (com rugosidade elevada; ou
- Regime turbulento de transição

3.1. Leis de resistência com base física

- *Fórmula de Colebrook-White*

Colebrook propôs em 1939, com base em considerações teóricas e em experimentação realizada em tubos de paredes diversas uma lei única para tubos comerciais circulares, válida para todos os domínios de escoamento turbulento:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3.7\,D} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right)$$

EQ. DW

Fórmula de Colebrook – White (1939)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3.7\,D} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right)$$

A fórmula de Colebrook – White não pode ser explicitada em ordem a f, ou seja, não tem solução analítica;

O problema é resolvido por :

- *aplicação de métodos numéricos* - processo iterativo;
- *diagrama de Moddy* (1944), que apresenta as diversas solução da equação.

2. Leis empíricas de resistência (obtidas com base em experimentação)

Adequadas a escoamentos turbulentos rugosos

Vários investigadores relacionaram j com a velocidade média e com o diâmetro das condutas através de fórmulas obtidas experimentalmente (empíricas), sintetizadas na equação geral:

$$j = \frac{1}{R}\,\varepsilon(v)$$

Onde
R é o *raio hidráulico da tubagem (m)*,
v a *velocidade média* na secção de escoamento ($m\ s^{-1}$),
j a *perda de carga unitária* ($m\ m^{-1}$) e
ε a função que distingue cada uma das fórmulas.

Para qualquer secção transversal, a influência da sua forma nas leis de resistência ao escoamento é dada pelo Raio Hidráulico. Este é a principal característica geométrica de uma tubagem.

Raio Hidráulico: $$R = \frac{\text{Área molhada}}{\text{Perímetro molhado}}$$

No caso particular dos tubos circulares:

$$\boxed{R = \frac{\pi\, r^2}{2\,\pi\, r} = \frac{r}{2} = \frac{D}{2}}$$

Sendo r o raio geométrico e D o diâmetro

As fórmulas empíricas foram estabelecidas para condições específicas de experimentação e só devem ser aplicadas no mesmo contexto.

Fórmulas para tubos rugosos

As mais comuns são:

- *Fórmula de Chézy*

$$v = c\sqrt{R\,j} \quad \text{ou} \quad \boxed{Q = c\,A\sqrt{R\,j}}$$

Onde R é o raio hidráulico (m), U a velocidade média na secção de escoamento (m s^{-1}), j a perda de carga unitária (m m^{-1}) e c um coeficiente que pode ser determinado por uma das seguintes fórmulas:

$$c = \frac{87\sqrt{R}}{\gamma + \sqrt{R}} \quad \textit{Bazin} \qquad c = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}} \quad \textit{Kutter}$$

γ e m dependem da rugosidade dos materiais (tabelas)

Fórmula inicialmente obtida para o escoamento em superfície livre e depois generalizada ao escoamento sob pressão.

- *Fórmula de Manning -Strikler*

Conhecida na Europa por fórmula de *Strickler* e na os EUA por fórmula de *Manning.* Tem a vantagem de ser susceptível de cálculo logarítmico.

$$\boxed{v = k\,R^{2/3}\,j^{1/2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{Q = k\,A\,R^{2/3}\,j^{1/2}}$$

Fórmulas para tubos lisos

- *Fórmula de Hazen - Williams*

- Desenvolvida por Allen Hazen e Garden Williams, entre 1902 e 1905;
- Apresenta resultados bastante razoáveis para diâmetros entre 50 e 3000 mm e com velocidades de escoamento inferiores a 3 m/s

$$\boxed{v = 0.849\,C_{HW}\,R^{0.63}\,j^{0.54}}$$

- Apresenta como limitação teórica o fato de não considerar a influência da rugosidade relativa no escoamento, podendo gerar resultados inferiores à realidade na perda calculada para pequenos diâmetros e valores muito altos para maiores, caso não haja uma correcção no coeficiente tabelado.

- *Fórmula de Blazius*

$$\boxed{j = k_1\frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}}}$$

Muito usada na rega gota a gota

K, C_1 e K_1 dependem da rugosidade dos materiais (tabelas)

❑ *Fórmulas específicas para tipos de materiais*

Condutas de ferro estirado	$Q = 52.6\, D^{2.752}\, j^{0.54}$
Condutas de aço sem soldadura	$Q = 36.4\, D^{2.59}\, j^{0.55}$
Condutas novas de ferro fundido	$Q = 35\, D^{2.625}\, j^{0.535}$
Condutas de chapa de aço rebitado	$Q = 22.32 D^{2.7}\, j^{0.53}$
Condutas novas de betão liso	$Q = 38.77 D^{2.67}\, j^{0.53}$

Q em $m^3\, s^{-1}$; D em m e j em mm^{-1}

Fórmula de Hazen-Williams

Material	Coeficiente C_{WH}
Alumínio	130 - 150
Bronze	130 - 140
Ferro Fundido - Novo	130
Ferro Fundido - 20 anos	89 - 100
Ferro Fundido - 40 anos	64 - 83
Betão	100 - 140
Cobre	130 - 140
Vidro	130
Plastico	130 - 150
Aço - Novo	140 - 150

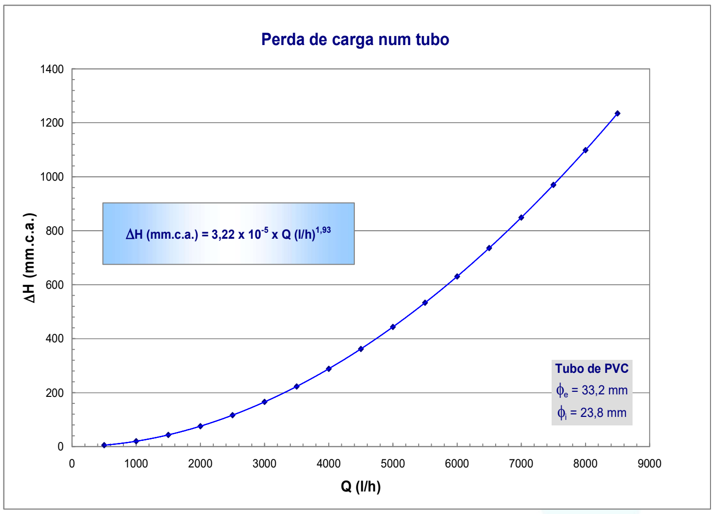
Fórmulas de Bazin, Kutter e Gaukler- Manning

Material	γ ($m^{1/2}$)	m ($m^{1/2}$)	k ($m^{1/3}\ s^{-1}$)
Cimento muito liso, fibrocimento, madeira aplainada, chapa metálica sem soldaduras salientes	0;0.06	0.1	100;90
Aço laminado	0.1	-	-
Ferro fundido novo	0.16	0.2	80
Ferro fundido com muito uso	0.3; 0.45	0.3; 0.5	70
Betão liso, ferro fundido com uso corrente	0.23	0.25	75

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

Escoamento em condutas-Perdas de carga contínuas

Portanto, em regime turbulento, a perda de carga unitária varia proporcionalmente ao quadrado da velocidade média da secção.



- Escolha da fórmula a utilizar:

- A escolha definitiva da fórmula a utilizar é fundamentalmente atribuição de quem projecta;
- Conforme a natureza do problema convirá utilizar valores por defeito ou por excesso; prever ou não o envelhecimento da conduta, etc.

No entanto há regras de caracter geral:

- Escoamento laminar, raro em cálculos de hidráulica, mas comum na condução de óleos viscosos: *Poiseuille* ou diagrama de *Moody*

- Escoamento de água em condutas de grandes diâmetros (> 0.5 ou 1 m) e muito lisas, grandes galerias de desvio de albufeiras e grandes condutas de abastecimento de água: diagrama de *Moody*, uma vez que há grande probabilidade de o regime não ser turbulento rugoso;

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

- Em condutas de pequeno diâmetro, o escoamento de água ocorre quase sempre em regime turbulento rugoso devido ao baixo valor da viscosidade.

  Quando se pretende uma determinação o mais rigorosa possível, perante a incerteza do tipo de escoamento turbulento deve aplicar-se a lei de *Colbrook-White*;

Para um resultado menos rigoroso, as fórmulas empíricas de validade geral, podem e devem ser usadas (devido à simplicidade de cálculo) desde que as condições de aplicação sejas semelhantes às da experimentação que deu origem à fórmula seleccionada.
Hoje em dia com o Excel facilmente se resolve CW por tentativas

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
Mª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

45. Numa conduta de betão liso, com 0.5 m de diâmetro escoa-se o caudal de água de 200 l s^{-1}. Calcule a perda de carga unitária, recorrendo: a) fórmula de Colebrook-White (diagrama de Moody); b) formula ou ábaco específico para o material em questão; c) fórmula de Chézy; d) fórmula de Gaukler-Manning e e) fórmula de Hazen-williams

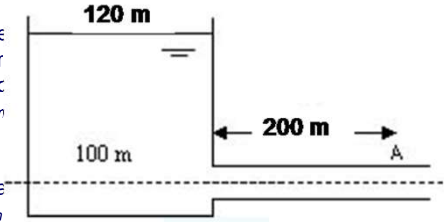
(0.00164 m m^{-1}; 0.00159 mm^{-1}; 0.0029 mm^{-1}; 0.00295 mm^{-1}; 0.00168 mm^{-1})

48. Do reservatório representado na Figura 16 sai um tubo de betão muito liso com 200 m de comprimento e 100 mm de diâmetro interior. Em A está colocada uma torneira. Pretende-se que o caudal escoado seja de 5 l s^{-1}. Recorrendo à formula de Darcy-Weisbach para o cálculo das perdas de carga por fricção (f = 0.03), determine:

a) a perda de carga que a válvula deverá introduzir; *R = 18.7 m*

b) o diâmetro do tubo do mesmo material que se deverá utilizar em substituição do anterior para que sem válvula se obtenha o mesmo caudal; *R = 0.057 m*

c) mantendo o tubo inicial e eliminando a válvula, qual a cota a que a água se deverá manter no reservatório para assegurar a saída do caudal referido. *R = 101.26 m*



UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
Mª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

Relativamente à Figura, qual o caudal máximo que pode ser bombeado sem que ocorra cavitação na bomba? (Tubo de ferro fundido, novo, ϕ tubo = 7.6 cm; T água = 4 ºC; despreze as perdas de carga singulares)

R: Q = 12.2 l s^{-1}

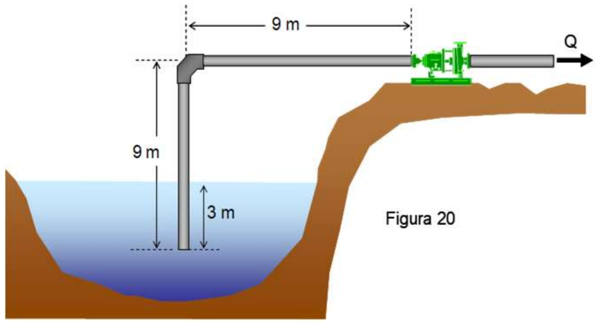


Figura 20

52. Uma bomba é utilizada para elevar água entre um lago e um reservatório elevado e pressurizado. A tubagem é de aço e apresenta diâmetro de 90 mm e comprimento total de 260 metros. Determine a potências do conjunto motor electro-bomba (rendimento = 72%) que eleva o caudal de 12 L s^{-1} *(R: Pb = 33 kW)*

γ Bazin = 0.1

Acessório	k
Filtro	2
Curva a 45º	0,7
Curva a 90º	0,9
Válvula de retenção	70